

Aufgabe 1 Komplexität**27 Punkte**

- (a) Finden Sie zwei Funktionen f und g mit den Eigenschaften $f(n) \neq O(g(n))$ und $g(n) \neq O(f(n))$. Beweisen Sie, dass Ihr Funktionspaar diese beiden Bedingungen erfüllt. 4 Punkte
- (b) Seien $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ Funktionen, die den Wert Null nicht annehmen, und g wachse schneller als f . Was können Sie über das Wachstum der Funktion

$$S(n) := \frac{f(n) + g(n)}{2}$$

sagen? Begründen Sie Ihre Antwort.

- (c) Sei $T(n) := \sqrt{f(n) \cdot g(n)}$. Was können Sie über das Wachstum von $T(n)$ im Verhältnis zu f und g aussagen, wenn für die Funktionen f und g dasselbe wie im Aufgabenteil (b) gilt? Begründen Sie Ihre Antwort. 7 Punkte
- (d) Warum sagt die Behauptung „Die Laufzeit von Algorithmus A ist mindestens $O(n^2)$ “ nichts aus? 2 Punkte
- (e) Beweisen oder widerlegen Sie: $n^3 2^n + 6n^2 3^n = O(n^3 2^n)$ 2 Punkte
- (f) Beweisen oder widerlegen Sie: $(n+1)! = O(n!)$ 5 Punkte

Aufgabe 2 Hashing**23 Punkte**

Fügen Sie die nachfolgenden Werte in eine Hashtabelle der Größe 10 ein. Verwenden Sie hierzu die Mittel-Quadrat-Methode als Hashfunktion und quadratisches Sondieren in der verfeinerten Variante als Kollisionsstrategie. Um den initialen Zahlenwert für die Hashfunktion zu erhalten, summieren Sie die Buchstabencodes ('a' = 'A' = 1, 'b' = 'B' = 2 usw.) der ersten drei Buchstaben der Zeichenkette auf. Sollte die Mitte eines Blocks nicht eindeutig identifizierbar sein, so verwenden Sie bitte die rechte Alternative. Geben Sie zu jedem Eintrag den Wert der initialen Hashfunktion sowie ggf. die Folge der Behälter an, die besucht wurden. Geben Sie schließlich den Inhalt der finalen Hashtabelle an.

Michael, Daniel, Ronny, Franziska, Theresa, Birgit, Sebastian, Christian, Kathrin

Zur Vereinfachung der Aufgabe geben wir Ihnen noch die passenden Buchstabencodes an:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Um ihnen das Berechnen von Quadratzahlen zu ersparen, finden Sie hier zusätzlich eine Tabelle der Quadratzahlen:

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
k^2	121	144	169	196	225	256	289	324	361	400
k	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
k^2	441	484	529	576	625	676	729	784	841	900
k	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
k^2	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521	1600
k	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
k^2	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401	2500
k	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
k^2	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481	3600
k	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
k^2	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761	4900
k	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
k^2	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241	6400

Aufgabe 3 Sortieren**24 Punkte**

- (a) Gegeben sei die Zahlenfolge

12 Punkte

23, 8, 17, 22, 7, 29, 26, 2, 4, 19

Sortieren Sie diese Folge *aufsteigend* mit Hilfe von Quicksort. Geben Sie dazu den Baum der rekursiven Aufrufe an. Jeder Knoten des Baum entspricht dabei einem Aufruf von Quicksort und enthält die Eingabefolge des Aufrufs. Die Kinder eines Knotens entsprechen den beiden rekursiven Aufrufen. Der Merge-Schritt wird nicht dargestellt. Markieren Sie in jedem Knoten das Pivotelement, das mit der Funktion *findx* aus dem Kurstext zu bestimmen ist.

- (b) Gegeben sei die Zahlenfolge

12 Punkte

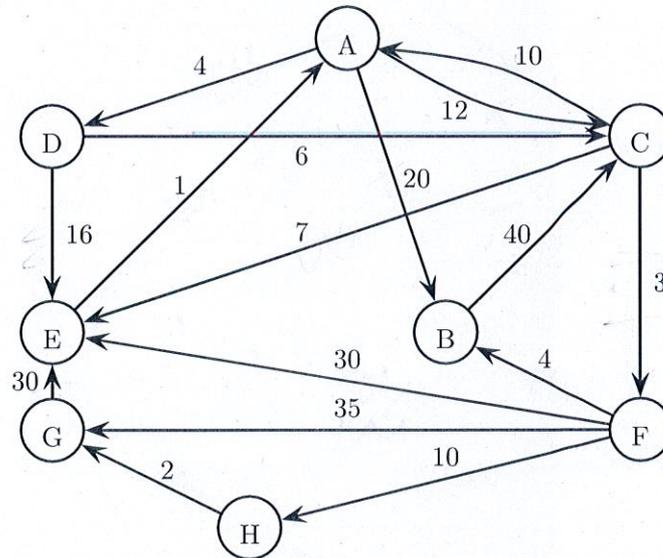
13, 17, 10, 33, 5, 20, 9, 38, 1

Sortieren Sie diese Folge *absteigend* mittels Standard-Heapsort. Geben Sie den initialen Heap an. Stellen Sie weiterhin den Heap und die sortierte Folge nach jedem Einsinkenlassen eines Elements dar. Sie können den Heap wahlweise im Array oder als Baum darstellen.

Aufgabe 4 Dijkstra

25 Punkte

Gegeben sei der folgende Graph :



Bestimmen Sie mit Hilfe des Algorithmus von Dijkstra die kürzesten Wege vom Knoten A zu allen anderen Knoten. Sie können die Aufgabe wahlweise graphisch, textuell oder tabellarisch lösen. Für jeden Schritt des Algorithmus muss erkennbar sein,

- welcher Knoten grün gefärbt wird,
- welche Knoten gelb gefärbt werden und wie lang der kürzeste Weg dorthin ist,
- welche Kanten rot gefärbt werden,
- welche Kanten gelb gefärbt werden,
- zu welchen Knoten neue Kosten ermittelt wurden und wie hoch diese sind.

Aufgabe 5 Deckblatt

1 Punkt

Lesen Sie sich die „Hinweise zur Bearbeitung“ sorgfältig durch. Füllen Sie den dort aufgeführten Anweisungen entsprechend beide Deckblätter vollständig und korrekt aus.