

Aufgabe 1

- a) Wir müssen zunächst die Abbruchbedingung des Verfahrens festlegen: Wir beenden die Rekursion, wenn das zu untersuchende Feldstück nur noch aus einem Element besteht. In diesem Fall ist der dort eingetragene Wert das Maximum des Feldstücks. Im anderen Fall erfolgen zwei rekursive Aufrufe der Prozedur für die beiden "Hälften" des Feldes. Von den zwei ermittelten Teilmaxima wird dann das Maximum bestimmt.

Wir geben zusätzlich ein umgebendes Programm an, welches den Test der Prozedur ermöglicht:

```

program Maximum (input, output);
  { dient dem Test der Prozedur rekMax }

  const
    UNTEN = 0;
    OBEN = 10;

  type
    tIndex = UNTEN..OBEN;
    tFeld = array[tIndex] of integer;

  var
    Feld : tFeld;
    k : tIndex;
    maxi : integer;

  procedure rekMax (
    inVon,
    inBis : tIndex;
    var inFeld : tFeld;
    var outMax : integer);
  { bestimmt rekursiv den maximalen Feldeintrag von inFeld
    ueber ein divide and conquer-Verfahren }

  var
    schnitt : tIndex;
    max1,
    max2 : integer;

  begin
    if inBis = inVon then
      outMax := inFeld[inVon]
    else
      begin

```

Kurs 1613 "Einführung in die imperative Programmierung"

Musterlösung zur Klausur am 04.03.2006

```

schnitt := (inBis + inVon) div 2;
rekMax (inVon, schnitt, inFeld, max1);
rekMax (schnitt + 1, inBis, inFeld, max2);
if max1 > max2 then
  outMax := max1
else
  outMax := max2
end { if }
end; { rekMax }

begin
  writeln ('Bitte 11 integer-Zahlen eingeben!');
  for k := UNTEN to OBEN do
    read (Feld[k]);
  readln;
  rekMax (UNTEN, OBEN, Feld, maxi);
  writeln ('Das Maximum lautet ', maxi)
end. { Maximum }

```

Anmerkung: In Übereinstimmung mit Muss-Regel 12 übergeben wir das Feld als Referenzparameter, um so Speicherplatz und (Kopier-)Zeit einzusparen. Wir bezeichnen den Parameter aber trotz Referenzübergabe als `inFeld`, da es sich um einen reinen Eingabeparameter handelt.

- b) Dieses Beispiel ist keine sinnvolle Anwendung der Rekursion. Es handelt sich nämlich um ein einfaches lineares Problem (in Abhängigkeit von der Anzahl der Feldelemente), welches durch einen einzigen Felddurchlauf zu lösen wäre, ohne Verwendung eines Stapels oder einer anderen Hilfsdatenstruktur. Dabei müssten wir jedes Feldelement genau einmal betrachten. Beim rekursiven Verfahren müssen nach wie vor alle Feldelemente betrachtet werden. Allerdings ergeben sich zusätzlich rekursive Aufrufe, und zwar mehr als Feldelemente vorhanden sind (fast doppelt so viele wie Feldelemente), und jeder Aufruf verursacht Parameterübergaben, Aufteilung in zwei Hälften usw...

Aufgabe 2

- a) Zum Einfügen am Listenende wird ein neues Element erzeugt und zwischen Ende und Anfang der Liste eingefügt. Außerdem muss der Listenende-Zeiger natürlich auf das neu eingefügte Element gesetzt werden, da es das neue Listenende bildet. Da dieser Zeiger sich ändert, ist er als `io`-Parameter zu übergeben, während der einzufügende Wert ein reiner `in`-Parameter ist.

```

procedure appendNotEmpty (inZahl:integer;
                          var ioRefEnde:tRefElement);
  {fügt inZahl am Ende der nicht-leeren Liste ein.}

```

Kurs 1613 "Einführung in die imperative Programmierung"

Musterlösung zur Klausur am 04.03.2006

```

var neu:tRefElement;

begin
  new(neu);
  neu^.info := inZahl;
  { Element einfügen: }
  neu^.next := ioRefEnde^.next;
  ioRefEnde^.next := neu;
  { Neues Listenende markieren }
  ioRefEnde := neu;
end;

```

- b) In dieser Teilaufgabe sind sämtliche Sonderfälle zu beachten, nämlich die leere Liste und der Fall, dass das gesuchte Element nicht vorkommt, also nicht gefunden wird. In letzterem Fall wird die Liste bis zum Ende durchlaufen. Die Besonderheit liegt hier nun darin, dass das Listenende nicht an einem NIL-Zeiger erkannt werden kann, sondern dass vielmehr zu überprüfen ist, ob der Laufzeiger auf dem von inRefEnde referenzierten letzten Element angekommen ist.

```

function find(inSuchwert:integer;
              inRefEnde:tRefElement):tRefElement;
  {Sucht ein Element mit Info inSuchwert in der in inRefEnde
  übergebenen Liste. Rückgabe von nil, falls nicht gefunden,
  sonst Rückgabe einer Referenz auf das gefundene Element.}

  var lauf:tRefElement;

  begin
    {Sonderfall 1: Leere Liste => Ergebnis: NIL}
    if inRefEnde = nil then
      find:=nil
    else
      begin
        {Suchen, Abbruch bei Fundstelle oder am Listenende}
        lauf:=inRefEnde^.next; {erstes Element}
        while (lauf<>inRefEnde) and (lauf^.info<>inSuchwert) do
          lauf:=lauf^.next;

        if lauf^.info<>inSuchwert then
          {Sonderfall 2: Nicht gefunden => Ergebnis: NIL}
          find:=nil
        else
          {Normalfall: Gefunden => Ergebnis: Fundstelle}
          find:=lauf;
      end
    end

```

```

end; { if }
end; { find }

```

Aufgabe 3

Eine einfache Lösung, welche die vereinfachenden Annahmen (Liste enthält mindestens ein nicht negatives Element) ausnutzt, sieht wie folgt aus:

In einer ersten Schleife wird so lange das erste Element gelöscht, bis die Liste nicht mehr mit einem negativen Element beginnt.

Anschließend wird in einer zweiten Schleife die Liste mit einem Zeiger namens `lauf` durchlaufen. Immer wenn `lauf` dabei auf den Vorgänger eines negativen Elementes zeigt, wird sein Nachfolger aus der Liste gelöscht.

In beiden Fällen wird ein Zeiger namens `loesch` benutzt, um das zu löschende Element nach seinem Entfernen aus der Liste nach wie vor ansprechen zu können, so dass es dann mittels `dispose(loesch)` auch aus dem Speicher gelöscht werden kann.

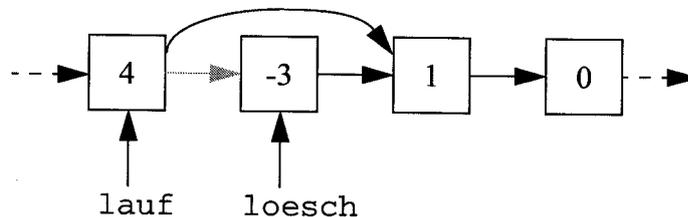
Die folgenden Grafiken veranschaulichen das Löschen eines Listenelements *innerhalb* einer Liste.

Entfernen eines Elementes aus der Liste:

```

loesch := lauf^.next;
lauf^.next := loesch^.next;

```

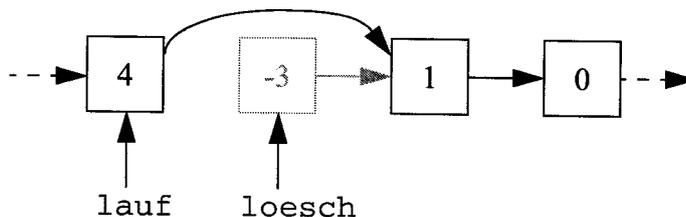


Nun kann das Element gelöscht werden.

```

dispose(loesch);

```



```

procedure LoescheNegative(var ioRefAnfang: tRefElement);
{ löscht alle negativen Zahlen aus ioRefAnfang,
  Liste darf nicht leer sein und muss mindestens eine

```

Kurs 1613 "Einführung in die imperative Programmierung"Musterlösung zur Klausur am 04.03.2006

```
    nicht-negative Zahl enthalten! }
var
  loesch,
  lauf: tRefElement;

begin
  { Loeschen am Anfang }
  while ioRefAnfang^.info < 0 do
  begin
    loesch := ioRefAnfang;
    ioRefAnfang := ioRefAnfang^.next;
    dispose(loesch);
  end; { while }
  { Loeschen aller restlichen negativen Zahlen,
    dazu die Liste bis zum letzten Element durchlaufen}
  lauf := ioRefAnfang;
  while lauf^.next <> nil do
  begin
    if lauf^.next^.info < 0 then
    begin
      loesch := lauf^.next;
      lauf^.next := loesch^.next;
      dispose(loesch);
    end
    else
      lauf := lauf^.next;
    { Wichtig: lauf nur im else-Fall weitersetzen,
      im then-Fall wurde bereits der Nachfolger von lauf
      entfernt und als nächstes ist der neue Nachfolger
      von lauf zu untersuchen. }
    end { while }
  end; { LoescheNegative }
```

Aufgabe 4

- a) Die Implementierung des Suchalgorithmus für binäre Suchbäume aus dem Kurstext kann fast identisch übernommen werden: Es entfällt der Rückgabezeiger, statt dessen wird am Ende eine die Ausgabeanweisung eingefügt:

```

procedure Baumpfad (
    inWurzel : tRefBinBaum;
    inSuch : integer);
{ sucht rekursiv im Suchbaum, auf dessen Wurzel inWurzel
  zeigt, den Wert inSuch und gibt die Werte der besuchten
  Knoten in umgekehrter Reihenfolge auf dem Bildschirm
  aus }

begin
  if inWurzel <> nil then
    begin
      if inSuch < inWurzel^.info then
        Baumpfad (inWurzel^.links, inSuch)
      else
        if inSuch > inWurzel^.info then
          Baumpfad (inWurzel^.rechts, inSuch);
        { else gefunden, Ausgabe erfolgt unten }
        writeln (inWurzel^.info)
      end { if }
    end; {Baumpfad}

```

- b) Für eine einfache Suche in einem solchen Baum wäre die Rekursion nicht sinnvoll, da — wie beim Durchlaufen einer Liste — nur ein einziger Pfad beschritten wird, was sich iterativ in einer einfachen Schleife realisieren lässt, und zwar ohne einen Stapel oder ähnliche Hilfsmittel.

In diesem Fall liegt das Problem jedoch darin, dass die Werte auf diesem Pfad rückwärts ausgegeben werden sollen. Eine iterative Lösung müsste dazu in einem Vorwärts-Pfad-durchlauf die Werte auf dem Suchpfad explizit auf einem Stapel speichern, um sie anschließend in umgekehrter Reihenfolge ausgeben zu können. Die rekursive Lösung nimmt uns diese Arbeit mit Hilfe des implizit verwalteten Stapels ab. *Deshalb ist die rekursive Lösung hier sinnvoll.*

