

Matrikelnummer (unbedingt eintragen!)

--	--	--	--	--	--	--

Postanschrift: FernUniversität, 58084 Hagen

Name:

Vorname:

Straße, Nr.:

PLZ, Wohnort:

**Bitte zurück an:
FernUniversität in Hagen
58084 Hagen**

Kurs: 01145 Maß- und Integrationstheorie, WS 2011/12

Einsendeaufgaben zur Probe- bzw. Musterklausur

Hinweise zur Bearbeitung (Bitte vor Arbeitsbeginn durchlesen!)

1. Beginnen Sie mit der Lösung einer Aufgabe stets auf einem neuen Blatt und versehen Sie dieses mit Ihrem Namen, Ihrer Matrikelnummer und der Nummer der Aufgabe.
2. Schreiben Sie bitte **deutlich** und **nicht** mit Bleistift.
3. Heften Sie zum Schluss dieses Deckblatt, die Aufgabenblätter und Ihre Lösungsblätter (nach Aufgaben sortiert) zusammen und kreuzen Sie in der Zeile „bearbeitet“ die von Ihnen bearbeiteten Aufgaben an.
4. Bei der Klausur sind **keine Hilfsmittel** wie Studienbriefe, Glossare, Bücher, Aufzeichnungen, Taschenrechner etc. zugelassen.
5. Sie haben die Klausur bestanden, wenn Sie mindestens **24** Punkte erreicht haben.
6. Musterlösungen zur Probeklausur können Sie ca. 2 Wochen nach dem Bearbeitungsende in dem Kursbereich der virtuellen Universität und der Kurswebseite einsehen.
7. **Letzter Einsendetag: 23.01.2012 (Datum des Poststempels)**

Aufgabe	1	2	3	4	
bearbeitet:(bitte ankreuzen)					
erreichbare Punkte:	12	12	12	12	Summe: 48
erreichte Punktezahl:					
Korrektor:					

Aufgabe 1

Sei

$$f(x, y) = \begin{cases} y \sin(\pi xy) & \text{für } (x, y) \in [1, 2] \times [0, 2] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

gegeben.

a) Berechnen Sie

$$\int_{[0,2]} \int_{[1,2]} f(x, y) d\lambda_1(x) d\lambda_1(y).$$

b) Ist f λ_2 -integrierbar? (Bitte begründen Sie ihre Antwort.) Berechnen Sie gegebenenfalls

$$\int_{[1,2] \times [0,2]} f(x, y) d\lambda_2(x, y).$$

c) Berechnen Sie

$$\int_{[1,2]} \int_{[0,2]} f(x, y) d\lambda_1(y) d\lambda_1(x).$$

Aufgabe 2

Betrachten Sie die Mengenfunktion

$$\mu^* : \mathcal{P}(\mathbb{R}) \rightarrow \overline{\mathbb{R}}_+,$$

gegeben durch

$$\mu^*(A) = \begin{cases} 0 & \text{falls } A = \emptyset \\ 1 & \text{falls } A \neq \emptyset \text{ und beschränkt} \\ \infty & \text{sonst.} \end{cases}$$

Die Antworten auf die nachfolgenden Fragen sind zu begründen.

- a) Ist μ^* ein Inhalt?
- b) Ist μ^* ein Prämaß?
- c) Ist μ^* σ -endlich ?

Aufgabe 3

- a) Geben Sie zwei verschiedene σ -Algebren zur gleichen Grundmenge Ω an, deren Vereinigung keine σ -Algebra ist.
- b) Finden Sie ein Dynkin-System \mathcal{D} , das keine σ -Algebra ist.
(Zeigen Sie explizit, dass \mathcal{D} keine σ -Algebra ist.)

Aufgabe 4

Sei

$$\mathcal{A} = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$$

ein Mengensystem über $\Omega = \{1, 2\}$ und

$$\mu : \mathcal{A} \rightarrow \overline{\mathbb{R}}_+,$$

gegeben durch

$$\mu(A) = \begin{cases} 0 & \text{falls } A = \emptyset, \\ 1 & \text{falls } A = \{1, 2\} \text{ und} \\ \frac{1}{2} & \text{sonst} \end{cases}$$

eine Mengenfunktion.

- a) Zeigen Sie, dass \mathcal{A} eine σ -Algebra ist.
- b) Zeigen Sie, dass μ ein Inhalt ist.
- c) Ist μ ein Maß?
- d) Ist μ ein Wahrscheinlichkeitsmaß?

(Bitte begründen Sie jeweils Ihre Antwort.)