

**5 Punkte Aufgabe 1.**

Zeigen Sie  $n! > 2^n$  für alle  $n \in \mathbb{N}$  mit  $n \geq 4$ .

**8 Punkte Aufgabe 2.**

Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität:

- $f_1 : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , mit  $u \mapsto |u^2 - 5| + 1$
- $f_2 : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , mit  $u \mapsto u + (-1)^u$

**5 Punkte Aufgabe 3.**

Eine Studentin möchte in der letzten Woche vor ihrem Urlaub noch dreimal ins Fitness-Studio gehen.

- Wie viele verschiedene Möglichkeiten dafür gibt es, wenn sie
  - höchstens einmal am Tag ins Fitness-Studio geht?
  - höchstens einmal am Tag aber nicht drei Tage hintereinander ins Studio geht?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit trifft sie in i) Peter, der sich genau einen vollen Tag pro Woche im Studio aufhält?

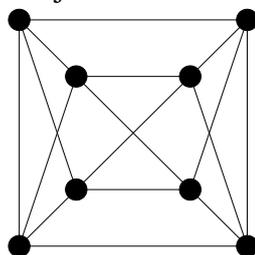
**8 Punkte Aufgabe 4.**

Untersuchen Sie, ob die Relation  $R \subseteq \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$  mit  $(x, y) \in R \iff |x - y| \leq \min\{|x|, |y|\}$

- reflexiv,
- symmetrisch,
- antisymmetrisch bzw.
- transitiv ist.

**6 Punkte Aufgabe 5.**

Zeigen Sie, dass der folgende Graph eulersch ist und bestimmen Sie eine Eulertour sowie eine Zerlegung der Kantenmenge in kantendisjunkte Kreise.

**6 Punkte Aufgabe 6.**

Zeigen Sie, dass die Zahl der Knoten mit ungeradem Grad in einem Graphen gerade ist. Gilt dies auch für Multigraphen?

12 Punkte **Aufgabe 7.**

- a) Definieren Sie zu einem gegebenen Wurzelbaum eine kanonische Pflanzung.
- b) Definieren Sie, wie man in einem Baum bis auf Isomorphie eindeutig eine Wurzel festlegen kann.
- c) Ist  $((((( )))(( )))(( )))$  der Code eines
  - i) gepflanzten Baums,
  - ii) eines Wurzelbaums bzw.
  - iii) eines Baums?Begründen Sie bitte jeweils Ihre Entscheidung.

8 Punkte **Aufgabe 8.**

Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem mit dem Gauss-Jordan-Algorithmus:

$$\begin{aligned}x - 2y + z &= 4 \\ -x + 3y + z &= -3 \\ 3x - y + z &= 5.\end{aligned}$$

6 Punkte **Aufgabe 9.**

Bestimmen Sie die Konditionszahlen der Matrix  $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$  bezüglich der  $\|\cdot\|_1$ - und der  $\|\cdot\|_\infty$ -Norm.

6 Punkte **Aufgabe 10.**

Stellen Sie die Oktalzahl  $10.1_{(8)}$  (d. h.  $10.1$  ist als Zahl zur Basis 8 aufzufassen) als Zahl zur Basis 7 dar.

10 Punkte **Aufgabe 11.**

Ermitteln Sie alle Kandidaten für Extrema der Funktion  $f(x,y) = (x-1)^2 + y^2$  über der Menge  $\{(x,y) \mid x^2 + y^2 = 4\}$ . Um welche Art Extremum handelt es sich jeweils?

10 Punkte **Aufgabe 12.**

Ermitteln Sie einen zulässigen Punkt für das folgendes Lineare Optimierungsproblem und lösen Sie es:

$$\begin{aligned}\max & -2x_1 + x_2 \\ \text{unter} & 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ & -x_1 + x_2 \geq 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0\end{aligned}$$